MÚLTIPLOS E DIVISORES: SUAS CARACTERÍSTICAS E APLICAÇÕES

O problema de distinguir números primos de números compostos e decompor os compostos em fatores primos é conhecido com o mais importante e útil da aritmética.

(Carl Friedrich Gauss)

Objetivos de aprendizagem:

- Estabelecer critérios de divisibilidade para um conjunto determinado de divisores;
- Apresentar um método para o cálculo de múltiplos e divisores de um número;
- Entender o que é um número primo;
- Expressar um número qualquer a partir do produto de fatores primos;
- Identificar o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) e/ou o Máximo Divisor Comum (MDC) entre dois ou mais números.

Acordar cedo, pela manhã, e pensar em tudo o que se tem para fazer no dia (escola, cursos, deveres de casa, responder mensagens, verificar redes sociais etc.). está se tornando cada vez comum na sua vida, certo? Apesar de o dia continuar com as mesmas 24 horas, você procura, de alguma forma, encaixar as múltiplas tarefas e ainda assim sobrar tempo para... dormir! É verdade que algumas dessas atividades são dispensáveis (algumas não), mas outras (como passear com o cachorro, lavar a louça ou comprar algo no mercado) podem ser divididas com as pessoas que moram com você, por exemplo.

Essa noção de multiplicidade e divisibilidade escrita acima está relacionada, implicitamente, com a noção matemática de múltiplos e divisores. Além disso, existem outros exemplos bastante práticos e essenciais à nossa vida atual nos quais aplicamos, de forma bastante direta, esses conceitos.

Você sabe, por exemplo, como as informações pessoais que você mantém na internet, ou as diversas outras que você acessa diariamente, são mantidas em segurança? E informações mais restritas, como valores em conta bancária e dados sobre investimentos? Sim, tem tudo a ver com múltiplos e divisores! A famosa criptografia está, em sua maior parte, baseada em números primos, números tão importantes que veremos também neste caderno, além de muitos outros conceitos, a partir de agora.

1) O que são múltiplos e divisores?

Dizemos que um número n é múltiplo de outro número m, quando o resto da divisão de n por m é igual a zero. Podemos dizer também que n é divisível por m ou, ainda, que m é um divisor de n.

$$\begin{array}{r|l} 28 & 4 \\ \hline 0 & 4 \end{array}$$

$\downarrow$

Divisão exata

Observe que:

I) Todo número é múltiplo de si mesmo e, obviamente, divisor de si mesmo (excetuando o zero);

II) O número 1 é divisor de qualquer número natural;

III) O zero é múltiplo de qualquer número (exceto ele mesmo).

2) Critérios de divisibilidade

São algumas regras que usaremos para identificarmos se um número é, ou não, divisível por outro, sem ter de efetuar a divisão. Um número é divisível:

Por 2 → quando é par;

Por 3 → quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é um múltiplo de 3;

Por 4 → quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita é múltiplo de 4, ou quando termina em dois zeros;

42<u>00</u>; 792<u>16</u>; 357<u>80</u>

Por 5 → quando termina em zero ou cinco;

Por 6 → quando é divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo;

222 (par e 2 + 2 + 2 = 6, que é divisível por 3)

Por 7 → quando a diferença entre a soma das classes ímpares, acrescida de um múltiplo de 7, se necessário, e a soma das classes pares múltiplo de 7;

$\underset{3^a}{\underline{97}}\ \underset{2^a}{\underline{347}}\ \underset{1^a}{\underline{285}}$

Soma das classes ímpares → 285 + 97 = 382

Soma das classes pares (no caso, só há uma) → 347 diferença → 382 - 347 = 35 (múltiplo de 7)

∴ 97 347 285 é divisível por 7.

Por 8 → quando o número formado pelos 3 últimos algarismos é múltiplo de 8, ou quando termina em três zeros;

55 <u>000</u>; 5 <u>800</u>; 49 <u>128</u>.

Por 9 → quando a soma dos valores seus algarismos é múltiplo de 9;

459 → 4 + 5 + 9 = 18 (divisível por 9)

EF2MAT9-07

Por 10, 100, 1000... → quando termina em 0, 00, 000, ...

Por 11 → quando a diferença entre a soma dos algarismos de ordem ímpar acrescida de um múltiplo de 11, se necessário, e a soma dos algarismos de ordem par é múltiplo de 11;

264 374

2.1) Ordens Ímpares

Ordens ímpares	Ordens pares
1ª : 4	2ª : 7
3ª : 3	4ª : 4
5ª : 6	6ª : 2

$S_i = 4 + 3 + 6 = 13$

$S_p = 7 + 4 + 2 = 13$

$S_i - S_p = 13 - 13 = 0$, que é múltiplo de 11

Logo, 264 374 é divisível por 11.

Por 16 → quando termina em 4 zeros ou quando o número formado pelos quatro últimos algarismos for múltiplo de 16.

67<u>0 000</u>; 15 <u>792</u>; 181 <u>152</u>

2.2) Como achar o resto da divisão?

Por 3 → é o resto da divisão por 3 da soma dos valores absolutos dos algarismos do numeral dado;

523 181 522

5 + 2 + 3 + 1 + 8 + 1 + 5 + 2 + 2 = 29

29 : 3 = 9, com resto 2

Logo, **resto 2.**

Por 4 → é o resto da divisão por 4 do numeral formado pelos dois últimos algarismos da direita;

52 189 216 421

21 : 4 = 5, com resto 1

Logo, **resto 1.**

Por 5 → é algarismo de 1ª ordem, se este for menor que 5, e é o seu excesso sobre cinco, se for maior;

42 891 66<u>7</u>

7 - 5 = 2

Logo, **resto 2.**

Por 8 → é o resto da divisão por 8 do numeral formado pelos três últimos algarismos.

158 382 136 160 159

159 : 8 = 19, com resto 7

Logo, **resto 7**.

1) (C NAVAL) O número 583ab é divisível por 9. Qual o valor máximo da soma dos algarismos a e b?

Solução:

Note que a soma dos algarismos do numeral vale: 5 + 8 + 3 + a + b = 16 + a + b, que tem que ser um múltiplo de 9. Observe ainda que a soma a + b, no máximo, seria igual a 18, já que a e b valem, no máximo 9 cada um. Analisemos os múltiplos de 9 maiores que 16 e os respectivos valores de a + b:

18 → a + b = 2

27 → a + b = 11

36 → a + b = 20, que não é possível.

∴ a + b = 11

Resposta: 11

2) O menor número que se deve subtrair de 58497, para que o resto da divisão por 11 seja 2, está compreendido entre:

a) 0 e 5
b) 6 e 11
c) 12 e 16
d) 17 e 22
e) 23 e 25

Solução:

Efetuando a divisão de 58497 por 11, obtemos quociente 5317 e resto 10, ou seja, 58497 excede um múltiplo de 11 em 10 unidades.

Portanto, devemos subtrair 8 unidades para que o resto passe a ser de 2 unidades.

Resposta: B

Praticando

1) Determine os restos das divisões por 2, 3, 4, 5 e 6 do nº. 29.543.

a) 2, 3, 3, 4, 5
b) 1, 3, 3, 2, 5
c) 1, 2, 3, 4, 4
d) 1, 2, 3, 3, 5
e) 1, 2, 5, 3, 3

2) Determine os restos das divisões de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 25 e 125 do número 29543.

a) 1, 2, 3, 4, 4, 5, 7, 5, 3, 8, 18, 43
b) 1, 2, 3, 3, 5, 7, 5, 3, 8, 18, 43
c) 1, 2, 3, 3, 5, 3, 7, 5, 3, 8, 18, 43
d) 1, 2, 3, 5, 5, 3, 7, 5, 3, 8, 18, 43
e) 1, 2, 3, 7, 5, 5, 3, 8, 6, 18, 43

3) (EPCAR) Para que o número 222222222, composto por nove algarismos, seja divisível por 3, Qual é o menor valor que N pode assumir?

EF2MAT9-07

4) Calcule os restos das divisões por 7 e por 11 do nº 18.095.
a) 3 e 0
b) 0 e 3
c) 0 e 6
d) 6 e 0
e) 0 e 0

3) Números primos

Número primo é todo aquele que possui apenas dois divisores naturais distintos: o próprio número e a unidade.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,...

Observação

1) O único número par que é primo é o número 2.

2) Os números que possuem mais de dois divisores distintos são chamados de números compostos.

3) O número 1 não é primo nem composto, já que possui apenas um divisor.

3.1) Reconhecimento de um nº primo

Divide-se esse número pela sucessão dos números primos até alcançar um quociente igual ou menor que o divisor. Se nenhuma das divisões forem exatas, o número é primo.

3.2) Números primos entre si

Só admitem para divisor comum a unidade.

3, 5 e 8.

3.3) Decomposição em fatores primos

Decompor um nº em fatores primos é determinar números primos (ou potências de números primos) tais que seu produto reproduza o número dado.

3.4) Determinação dos divisores naturais

1º) Fatoramos o número dado;
2º) Traçamos uma barra vertical à direita dos fatores primos;
3º) Um pouco acima e à direita, escrevemos o divisor 1;
4º) Multiplicamos os fatores primos pelos números que vão ficando à direita da barra.

Observação

Os produtos repetidos não serão escritos.

Aplicando-se a regra para o nº 60, temos:

		1
60	2	2
30	2	4
15	3	3 - 6 - 12
5	4	5 - 10 - 20 - 15 - 30 - 60
1		

D (60) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60}

3.5) Cálculo do nº de divisores

1º) Decompomos o número em fatores primos;
2º) Somamos uma unidade a cada expoente;
3º) Multiplicamos os resultados obtidos.

60 = 22 x 31 x 51

logo , o nº de divisores de 60 é:
n.d = (2 + 1) x (1 + 1) x (1 + 1)
n.d = 3 x 2 x 2
n.d = 12

3.6) Cálculo do nº de divisores ímpares

Faremos o processo anterior apenas com os expoentes

dos fatores primos ímpares.

Exemplo: $60 = 2^2 \times \underline{3^1}\ \underline{\times 5^1}$

logo, o nº de divisores ímpares de 60 é:
n.d.i = (1 + 1) x (1 + 1)
n.d.i = 4

3.7) Cálculo do nº de divisores pares

Somamos uma unidade a cada expoente dos fatores primos ímpares.

Multiplicamos os resultados encontrados pelo expoente do fator primo par.

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

logo, o nº de divisores pares de 60, é:
n.d.p = 2 x (1 + 1) x (1 +1)
n.d.p = 2 x 2 x 2
n.d.p = 8

Praticando

5) O número de divisores do número 400 é:
a) 6
b) 8
c) 10
d) 15

6) Determine o número N, sabendo-se que ele admite 48 divisores e que é de forma $N = 2^5 . 3k$:
a) 23328
b) 6776
c) 32328
d) 69984
e) 69990

7) O valor de x no número $2^x . 3^2 . 5$, para que o número tenha 18 divisores, é:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

8) Quantos divisores ímpares têm o número 2860?
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

9) O número de divisores pares de 800 é:
a) 15
b) 16
c) 18
d) 20
e) 22

4) Produto dos divisores

O produto P dos divisores naturais N é igual à raiz quadrada do número N, elevada a um expoente igual ao número de divisores naturais de N:

$P = (\sqrt{N})^{n\text{-}d}$

1) Calcule o valor de "m" na expressão $2^{m+1}. 3 . 5$, sabendo que este produto resulta da decomposição de um número que possui 16 divisores.

Solução:
Aplicando a regra para o cálculo dos divisores, temos:
$(m + 1 + 1) . (1 + 1) . (1 + 1) = 16$
$(m + 2) . 2 . 2 = 16$
$m + 2 = 4$
$m = 2$

Resposta: 2.

2) Dado o número 2.520, quantos de seus divisores não são números primos?
Solução:
Fatorando o numeral 2.520, temos:

2.520	2
1.260	2
630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$\therefore$ $2.520 = 2^3 . 3^2 . 5 . 7 \rightarrow$ 2.520 possui 4 . 3 . 2 . 2 = 48 divisores positivos, dos quais 4 são primos: 2, 3, 5, 7.
$\therefore$ 2.520 possui **44 divisores** que **não são primos.**

Resposta: 44 divisores.

3) Determine o produto dos divisores naturais de 300.
Solução:
Fatorando o numeral 300, temos que: $300 = 2^2 . 3 . 5^2$
$\therefore$ 300 possui 18 divisores naturais $\rightarrow$ produto dos divisores naturais = $(\sqrt{300})^{18}$ = $\mathbf{300^9}$

Resposta: 300^9.

Praticando

10) Calcule o produto dos divisores de 45:
a) 91.152
b) 91.521
c) 91.125
d) 92.125
e) 92.115

11) O produto dos divisores de 64 é:
a) 2^{12}
b) 2^{21}
c) 2^{10}
d) 2^9
e) 2^{18}

EF2MAT9-07

Banco na Internet: usar ou não?

Sempre uso a internet para conversar com meus amigos, estudar, assistir variados vídeos e filmes e também para pagar contas. Lógico que tenho preocupação com tudo isso. Por exemplo, caso alguém retirasse dinheiro de minha conta, eu teria alguma garantia? Você tem essa dúvida? Então, vou compartilhar os aspectos legais e esclarecer algumas dúvidas. É super simples e fácil.

O artigo 14, caput, do Código de Defesa do Consumidor (Lei nº 8.078/1990) estabelece que: *"O fornecedor de serviço responde, independentemente da existência de culpa, pela reparação dos danos causados aos consumidores por defeitos relativos à prestação de serviços, bem como por informações insuficientes ou inadequadas sobre sua fruição e riscos"*. Assim, como regra, o banco deve ressarcir toda perda oriunda de fraude, sobretudo na internet. Viu?! Simples. Não tenha medo de usar os serviços, desde que com honestidade e tomando as devidas precauções. Saiba mais em *galeracult.com.br*!!

5) Máximo divisor comum (mdc)

Quando um número divide dois ou mais números, dizemos que ele é divisor comum desses números.

2 é divisor comum para 8, 16 e 36.

Máximo divisor comum de vários números é o maior divisor comum desses números.

4 é o maior divisor comum para 8, 16 e 36.

5.1) Determinação do mdc

• **1º processo:**

Divisões sucessivas ou algoritmo de Euclides.

Determinar o mdc dos números 360 e 210.

Quociente.......		1	1	2	2
	360	210	150	60	30
Resto................	150	60	30	0	

I) Dividimos o maior número (360) pelo menor (210);
II) Dividimos o menor número (210) pelo primeiro resto encontrado (150). Dividimos o primeiro resto pelo segundo e assim por diante. O último resto diferente de zero será o mdc.
mdc (360,210) = 30

Observação

No caso de 3 números, calcula-se o mdc entre dois deles e, depois, calcula-se o mdc entre o número que sobrou e o mdc encontrado para os 2 primeiros.

• **2º processo:**

Decomposição, separadamente, em fatores primos. O mdc é igual ao produto dos fatores primos comuns elevados aos menores expoentes.

Determinar o mdc dos números 360 e 210.

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ logo,

mdc $(360,210) = 2 \times 3 \times 5 = 30$

Observação

I) Se o menor dos números dados dividir os outros, ele será mdc.

O mdc entre 4, 16 e 24 é igual a 4, pois 4 é divisor de 16 e 24.

II) Se os números dados terminarem em zero, podemos retirar a mesma quantidade de zeros de cada um dos números e acrescentá-los ao mdc encontrado.

III) Se entre vários números, dois números forem primos entre si, o mdc dos números dados será igual a um.

IV) Dividindo-se dois ou mais números pelo seu mdc, os quocientes encontrados são números primos entre si.

O mdc entre 6, 9 e 21 é igual a 3, e os respectivos quocientes são primos entre si:

6 : 3 = 2

9 : 3 = 3

21 : 3 = 7

• **3º processo:** Fatoração Simultânea

Fatoramos os números conjuntamente, assinalando os fatores primos que dividem todos os números ao mesmo tempo.

Determinar o mdc dos números 24, 36 e 48.

$$\begin{array}{r|l} 24 - 36 - 48 & 2^* \\ 12 - 18 - 24 & 2^* \\ 6 - 9 - 12 & 2 \\ 3 - 9 - 6 & 2 \\ 3 - 9 - 3 & 3^* \\ 1 - 3 - 1 & 3 \\ 1 - 1 - 1 & \end{array}$$

EF2MAT9-07

O mdc será o produto dos fatores assinalados. No exemplo, mdc (24, 36, 48) = 2 × 2 × 3 = 12

1) Três reservatórios têm as capacidades de: 1350 litros, 1.764 litros e 4.356 litros. Para encher cada um deles, uma mesma vasilha foi usada um número exato de vezes. Qual a maior capacidade da vasilha, em litros?

a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 28

Solução:
Para que a vasilha seja utilizada um número exato de vezes, a quantidade de litros colocada de cada vez deverá ser um divisor comum às três capacidades. Como queremos a maior capacidade, essa quantidade deverá ser o maior divisor comum entre as capacidades dos três reservatórios.
Assim:

1.350 - 1.64 - 3.356	2*
675 - 882 - 2.178	2
675 - 441 - 1.089	3*
225 - 147 - 363	3*
75 - 49 - 121	3
25 - 49 - 121	5
5 - 49 - 121	5

1 → podemos encerar as divisões

Então: mdc (1.350, 1.764, 4.356) = 2 . 3 . 3 = 18
Logo, a maior capacidade da vasilha, em litros, será 18.

Resposta: C

2) Quais os valores de m e n, nesta ordem, para que o mdc entre os números $2^3 . 3^m . 5^2$ e $2^n . 3^2 . 5$ seja 20?
Solução:
Fatorando o mdc , temos: $20 = 2^2 . 5$. Assim, os únicos fatores comuns devem ser 2 e 5 → m = 0 (para que o fator 3 não seja comum). Além disso, pelo menos um dos numerais deverá ter o fator 2^2 → n = 2.

Resposta: 0 e 2

Praticando

12) O mdc dos números 2.460, 2.640 e 820 é:
a) 18
b) 20
c) 32
d) 36
e) 40

13) O mdc de dois números é 40 e os quocientes encontrados nas divisões sucessivas são 1, 2 e 3. Quais os dois números?
a) 280 e 120
b) 400 e 280
c) 600 e 270
d) 360 e 280
e) 600 e 400

14) Calcule m, no número $A = 2^{m-1} .3^2 .5^m$, de modo que o mdc entre o número A e o número 9.000 seja 45.
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

15) Três rolos de arame farpado têm, respectivamente, 168m, 264m e 312m. Deseja-se cortá-los em partes do mesmo comprimento, de forma que cada parte seja a maior possível. Qual o número de partes obtidas e o comprimento, em metros, de cada parte?
a) 21 e 14
b) 23 e 16
c) 25 e 18
d) 31 e 24
e) 31 e 16

16) Ache dois números, cuja soma equivale a 168 e o mdc a 24.

17) O produto de dois números é 11.340 e o mdc, 18. Ache os números.

6) Mínimo múltiplo comum (mmc)

Múltiplo comum de vários números é um número que é divisível por esses números.

72 é um múltiplo comum de 2, 3 e 9, pois é divisível por todos esses números.

Mínimo Múltiplo Comum de vários números é o menor número que é **divisível** por esses números ao mesmo tempo.

18 é o menor múltiplo comum de 2, 3 e 9.

6.1) Determinação do mmc

- **1º processo:**

Decomposição simultânea em fatores primos.

O mmc é igual ao produto dos fatores obtidos à direita do traço vertical.

Determinar o mmc dos números 8, 10, 12.

$$\begin{array}{r|l} 8 - 10 - 12 & 2 \\ 4 - 5 - 6 & 2 \\ 2 - 5 - 3 & 2 \\ 1 - 5 - 3 & 3 \\ 1 - 5 - 1 & 5 \\ 1 - 1 - 1 & \end{array} \quad \text{mmc } (8, 10 \text{ e } 12) = 2^3 \text{x } 3 \text{ x } 5 = 120$$

- **2º processo:**

Decomposição individual.

O mmc é igual ao produto dos fatores primos comuns e não comuns elevados aos maiores expoentes.

achar o mmc entre 90 e 48.

90 = 2 × 32 × 5

48 = 24 × 3

mmc (90, 48) = $2^4 \times 3^2 \times 5 = 720$

Observação

I) O produto de dois números é igual ao produto do mdc pelo mmc entre eles.

A x B = mmc (A, B) x mdc (A, B)

II) Dados vários números, se o maior deles for divisível pelos outros, será ele o mmc.

III) Quando dois números são primos entre si, o mmc é igual ao produto entre eles.

IV) Dados os números A e B temos:

mdc (A, B) = mdc (A, B e A + B)

mdc (A, B) = mdc (A, B e mmc (A, B))

mdc (A, B) = mdc (A + B e mmc (A, B))

1) Três fábricas apitam a intervalos de 24, 38 e 30 minutos, respectivamente. Se neste instante apitam todas juntas, daqui a quantas horas isso se repetirá?

a) 28

b) 38

c) 48

d) 58

e) 68

Solução:

A primeira fábrica apita nos múltiplos de 24; a segunda, nos múltiplos de 38; a terceira, nos múltiplos de 30. Todavia, para que elas apitem juntas, deveremos ter um intervalo de tempo múltiplo comum a 24, 38 e 30. Considerando o primeiro intervalo em que isso ocorrerá, teremos o mínimo múltiplo comum.

$$\begin{array}{r|l} 24 - 38 - 30 & 2 \\ 12 - 19 - 15 & 2 \\ 6 - 19 - 15 & 2 \\ 3 - 19 - 15 & 3 \\ 1 - 19 - 5 & 5 \\ 1 - 3 - 1 & 19 \\ 1 - 1 - 1 & \end{array}$$

Então: mmc (24, 38, 30) = 2^3 . 3 . 5 . 19 = 2. 280, em minutos.

Logo, apitarão juntas daqui a 38 horas (2.280 : 60).

Resposta: B

2) Qual o menor número que dividido por 240 e 360 deixa resto 9?

Solução:

Note que o mmc (240, 360) é o menor número que deixa resto zero na divisão por estes numerais. Assim, uma vez identificado o mmc, basta somar 9 unidades a ele.

$$\left.\begin{array}{l} 240 = 24 \,.\, 3 \,.\, 5 \\ 360 = 23 \,.\, 32 \,.\, 5 \end{array}\right\} \text{ mmc} = 24 \text{ x } 32 \text{ x } 5 \text{ (fatores}$$

comuns e não comuns, com os maiores expoentes) mmc = 720

Então, o número procurado é o 729.

Resposta: 729

Praticando

18) Calcule o mmc dos números 24, 36 e 70.

a) 2.250

b) 2.520

c) 2.502

d) 2.205

e) 5.220

19) O menor número ao qual faltam 7 unidades para que seja divisível por 120 e 180 é:

a) 353

b) 360

c) 367

d) 380

e) 390

20) Sendo dois números $A = 2^2 \times 3^3$ e $B = 2^3 \times 3^2 \times 11$, o quociente da divisão do seu mmc pelo seu mdc será:
a) 5 . 11
b) $2^2 . 3^3$
c) 2 . 3 . 11
d) $2^2 . 3^3 . 5^2 . 11$
e) $2^2 . 3 . 5^2 . 11$

21) Calcule o menor número ao qual faltam 7 unidades para ser, ao mesmo tempo, divisível por 12, 40 e 48.
a) 247
b) 240
c) 237
d) 233

22) O mmc de dois números é 9.000. O maior deles é 500 e o menor, que não é múltiplo de 5, é?

Aprofundando

1) Um número dividido por 6 dá resto 3 e dividido por 8 dá resto 7. Ache o menor número com o qual isso ocorre.
a) 11
b) 13
c) 14
d) 15
e) 17

2) Determine o algarismo que se deve intercalar entre os algarismos do nº 56, de forma a obter um numeral que seja divisível por 4 e 6, simultaneamente.
a) 3
b) 4
c) 6
d) 7
e) 9

3) Determine os valores de a e b, de modo que o número 70ab seja divisível por 8 e por 9, ao mesmo tempo.
a) 3 e 6
b) 5 e 3
c) 3 e 4
d) 4 e 6
e) 5 e 6

4) Qual é o menor número que se deve subtrair de 21.316 para se obter um número que seja simultaneamente divisível por 5 e por 9?
a) 29
b) 31
c) 33
d) 36
e) 37

5) Determine o menor número que se deve somar com 8.746 para se obter um múltiplo de 11, aumentado de 4 unidades.
a) 3
b) 4
c) 6
d) 7
e) 9

6) Um número dividido por 7 dá resto 2 e dividido por 2 dá resto 1. Determinar o resto da divisão desse número por 14.
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

7) Sobre o menor número inteiro que devemos subtrair de 14351, de forma que o resultado seja divisível por 9 e por 11 ao mesmo tempo, podemos afirmar:
a) está entre 10 e 20;
b) é menor que 10;
c) está entre 20 e 40;
d) está entre 40 e 60;
e) é maior que 60.

8) O menor nº de um só algarismo que se deve colocar à direita do nº 500241, para que o mesmo seja divisível por 2, 3, 4 e 9 é:
a) múltiplo de 9;
b) múltiplo de 4;
c) múltiplo de 3;
d) múltiplo de 2;
e) c e d são verdadeiras.

9) O resto da divisão do número 81A3A2 por 11 é o maior possível, quando o algarismo A for:
a) um número par menor que 6;
b) um número ímpar menor, não primo;
c) um número ímpar maior do que 5;
d) um número par maior do que 4;
e) um número primo menor que 7.

10) Sabe-se a respeito de um número N que a sua decomposição em fatores primos equivale a $5^2 \times 7^3$ e que o número de divisores é igual a 16. Logo, $N^{1/3}$ é:
a) 3
b) 2^3
c) 125
d) 35
e) 49

11) Determine "n" de modo que todo o número $4^n \times 3 \times 5^n$ tenha 56 divisores.
a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

12) Dentre os divisores de 108, são primos:
a) dois divisores;
b) cinco divisores;
c) quatro divisores;
d) três divisores;
e) seis divisores.

13) O número de divisores de x, sendo x igual ao produto dos 41 primeiros números primos distintos, é:
a) 41^2
d) 82
b) 2^{41}
e) 43
c) 41

14) O número de divisores inteiros de N, sendo N igual ao produto de K números primos distintos, é:
a) K^3
d) 2^K
b) 2K
e) K + 2
c) K

15) Seja $N = 2^4 . 3^5 . 5^6$. O número de divisores de N múltiplos de 10, é:
a) 24
d) 144
b) 35
e) 210
c) 120

16) No cálculo do mdc de dois números, pelas divisões sucessivas, obteve-se como quociente os números 3, 6, 1 e 3. Sabendo-se que o mdc é 4, quais são os números?

17) O mdc de dois números é 16 e os três quocientes encontrados na pesquisa pelos divisores sucessivos são os menores possíveis. Determine os números.
a) 84 e 80
b) 48 e 40
c) 80 e 24
d) 48 e 24
e) 80 e 48

18) O mdc de dois números é 20. Na procura pelo processo das divisões sucessivas, encontraram-se os quocientes: 2, 1, 3 e 2. Quais os números?
a) 325 e 160
d) 725 e 190
b) 450 e 180
e) 500 e 180
c) 500 e 180

19) Na procura do maior divisor comum de dois números, pelo processo das divisões sucessivas, encontramos os quocientes 1, 2 e 6 e restos, 432, 72 e 0, respectivamente. Qual a soma desses números?
a) 1.800
c) 2.104
b) 2.000
d) 2.304

20) Os números 756 e $2^x . 3^y$ têm como mdc 75. Quais os valores de x e y?
a) x = 0 e y = 2
b) x = 2 e y = 0
c) x = 0 e y = 1
d) x = 1 e y = 2
e) x = 2 e y = 1

21) O maior número pelo qual devemos dividir 301 e 411, para que os restos sejam, respectivamente, 5 e 4, está compreendido entre:
a) 20 e 30
d) 51 e 60
b) 31 e 40
e) 61 e 70
c) 41 e 50

22) Determine o maior número pelo qual se deve dividir 1.233 e 511 para se obter os restos 9 e 7, respectivamente.
a) 36
b) 72
c) 108
d) 216
e) 220

EF2MAT9-07

23) Um carpinteiro deve cortar 3 tábuas de madeira com 240, 270 e 300 cm, respectivamente, em pedaços iguais e de maior comprimento possível. Qual deve ser o comprimento de cada parte?
a) 15 cm
b) 30 cm
c) 45 cm
d) 70 cm
e) 75 cm

24) O mdc de 2 números é 75; o maior deles é 300 e o menor é diferente de 75. Qual é o menor dos números?

25) Dividindo-se dois números por 7, seu mdc passará a ser 29. Determine esses números, sabendo que um é o triplo do outro.

26) O mdc de três números naturais é 96. Dividindo-se os três números por 48, determine o mdc dos quocientes obtidos.

27) Qual deve ser o valor de a no número $N = 3 \times 5^2 \times 2^{a+1}$ para que o mdc entre 96, N e 240 seja 24?
a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

28) A soma entre dois números naturais que têm para produto 2.304 e para máximo divisor comum 12 é:
a) 180
b) 72
c) 0
d) 219
e) 204

29) A diferença de dois números é 126 e o máximo divisor comum, 18. Ache os dois menores números que satisfazem a essa condição.

30) O produto de dois números inteiros positivos, que não são primos entre si, é igual a 825. Então, o máximo divisor desses dois números é:
a) 1
b) 3
c) 5
d) 11
e) 15

31) O produto de dois números é 1944, e o mdc, 18. Encontre esses números.

32) A diferença de dois números é 135 e seu maior divisor comum é 5. Ache os quatro menores números que satisfazem o problema.

33) A, B e C são, respectivamente, os conjuntos dos múltiplos de 8, 6 e 12. Podemos afirmar que $A \cap (B \cup C)$ é o conjunto dos múltiplos de:
a) 12
b) 18
c) 24
d) 48
e) 36

34) (ESA) Sejam a e b números inteiros positivos não nulos e a divisível por b. Então, o mmc (a, b) é:
a) 1
b) a
c) b
d) ab

35) Se o mínimo múltiplo comum entre os números 6 e k é maior do que 31 e menor do que 41, então o número k é:
a) 40
b) 36
c) 34
d) 33
e) 32

36) O mmc de dois números é a unidade, e o mmc deles é 29.403; um dos números é 112. Qual é o outro?
a) 3^2
b) 3^3
c) 3^4
d) 3^5
e) 3^6

37) O produto de dois números é 2.160 e o mdc entre eles, 6. O mmc desses números é:
a) 300
b) 360
c) 420
d) 430
e) 450

EF2MAT9-07

38) Se o mmc (A, B) = 90, e o produto AB = 1.350; então, o mdc (A,B) é:
a) 45
b) 90
c) 30
d) 9
e) 15

39) (C. NAVAL) O mínimo múltiplo comum entre dois números naturais a e b é 360 e ab = 3.600. Qual o menor valor que a + b pode assumir?
a) 120
b) 130
c) 150
d) 200
e) 370

40) Calculando o menor número que, dividido por 12, 15, 18 e 14, dá o resto 5, encontramos:
a) 1.265
b) 1.255
c) 1.245
d) 1.270
e) 1.280

41) O menor número que dividido por 10, 16 e 24 deixa, respectivamente, os restos 3, 9 e 17, é:
a) 240
b) 233
c) 360
d) 363
e) 350

42) Determine o menor número que, dividido por 10, 16 e 24, deixa, respectivamente, os restos 5, 11 e 19.
a) 230
b) 235
c) 240
d) 245
e) 250

43) Do aeroporto Tom Jobim, partem aviões para São Paulo a cada vinte minutos; para o sul do país, a cada 40 minutos; e para Brasília, a cada 100 minutos. Às 8 horas da manhã, houve embarque simultâneo para a partida. Até às 18 horas, coincidirão ainda:
a) três embarques;
b) quatro embarques;
c) dois embarques;
d) cinco embarques;
e) seis embarques.

44) (EFTQ) O máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de dois números naturais são, respectivamente, 6 e 60. Sabendo-se que o menor dos dois é múltiplo de 4, calcule o maior.

45) Se o mínimo múltiplo comum entre os inteiros (16×3^k) e ($2^p \times 21$) for 672, então, mediante fatoração de 672, você concluirá que:
a) $p < k$
b) p é divisor de 2k . 21
c) 3k é divisível por 2p
d) $p \times k$ é múltiplo de 3
e) $p - k = 4k$

46) Ache 2 números que tenham 3.690 por mmc e estejam entre si como 6 está para 41.

47) (ETFQ) Determine o valor da soma (a + b + c), considerando as seguintes informações:
1ª) a, b e c são números primos distintos com $a > b$, todos positivos.
2ª) $x = a^2bc^2$ e $y = ab^2$.
3ª) mdc (x, y) = 21 e mmc (x, y) = 1764.

48) Se o mmc dos números inteiros $A = 2k \times 15$ e $B = 4 \times 3p$ é 360, então:
a) $k = 2p$
b) $k = p$
c) $k + p$ é ímpar
d) kp é múltiplo de 4
e) kp é múltiplo de 15

49) A soma de dois números é 320, e o mmc, 600. Determine o maior divisor comum dos números dados.
a) 80
b) 60
c) 50
d) 40
e) 30

EF2MAT9-07

Desafiando

1) (EPCAR) Sobre o menor número natural N de 4 algarismos, divisível por 3, cujo algarismo das dezenas é metade do algarismo das unidades e igual ao dobro das unidades de milhar, é correto afirmar que:
a) N + 1 é divisível por 7;
b) N está entre 2000 e 3009;
c) N + 2 é múltiplo de 10;
d) N apresenta 12 divisores positivos.

2) Um número a, dividido por 11, dá resto 2, e um número b, dividido pelo mesmo divisor, deixa resto 3. A partir dessa afirmativa, calcule o menor número que se deve subtrair de $a^3 + b^2$ para se obter um múltiplo de 11.
a) 5
b) 6
c) 7
d) 8
e) 9

3) (C. NAVAL) Se a é um número natural, $a^5 - 5a^3 + 4$ é sempre divisível por:
a) 41
b) 48
c) 50
d) 60
e) 72

4) Determine a quantidade de divisores pares do número $N = 2^{x-1} \cdot 5^a \cdot 7^x$, sabendo-se que o mesmo possui 48 divisores ímpares.
a) 96
b) 120
c) 480
d) 240
e) 360

5) Determine o menor número ímpar, não divisível por 5 e que admite 20 divisores.
a) 2367
b) 3627
c) 6237
d) 2637
e) 3267

6) (C. NAVAL) Dois números inteiros positivos têm soma 96 e o máximo divisor comum igual a 12. Dê o maior dos números, sabendo que o produto deles deve ser o maior possível.
a) 48
b) 84
c) 60
d) 72
e) 36

7) Uma equipe de Matemática elaborou duas poesias. A primeira intitula-se *Meu amor aritmético* e a segunda, *Análise da amada álgebra*. O grupo pensou em editá-las em dois livretos que contivessem o menor número de páginas e o mesmo número de versos por página. Se os respectivos totais de versos era 340 e 260, cada página deverá ter uma quantidade de versos igual a:
a) 50
b) 35
c) 20
d) 10
e) 15

EF2MAT9-07

Pesquisando

Você sabia que os dois dígitos finais (conhecidos como "dígitos verificadores") da numeração de um CPF – Cadastro de Pessoa Física – são formados a partir dos conceitos de múltiplos e divisores?

Na verdade, eles usam, inclusive, critérios de divisibilidade para serem feitos, e você pode, a partir das três sequências iniciais de três algarismos, determinar os dois últimos fazendo algumas contas. Procure esse algoritmo bastante interessante que é o gerador do CPF.

Resumindo

• Se um número n é **múltiplo** de outro número m, o resto da divisão de n por m é zero, e neste caso, o m será um **divisor** de n;

• Tabela com principais critérios de divisibilidade:

Divisor	Critério
2	O número deve ser par.
3	A soma dos algarismos deve ser um número divisível por 3.
4	O número formado pelos 2 últimos algarismos é divisível por 4.
5	O número deve terminar em 0 ou em 5.
6	O número deve ser divisível, simultaneamente, por 2 e por 3.
7	A diferença entre a soma das classes ímpares e a soma das classes pares deve ser um múltiplo de 7, acrescido ou não.
8	O número formado pelos 3 últimos algarismos é divisível por 8.
9	A soma dos algarismos deve ser um número divisível por 9.
mult. 10	O número deve terminar em 0 (10), 00 (100), 000 (1000), ...
11	A diferença entre a soma das ordens ímpares e a soma das ordens pares deve ser um múltiplo de 11, acrescido ou não.

• Um número primo é aquele que possui dois divisores distintos: 1 e o próprio número e dois números (não necessariamente primos) são primos entre si quando o 1 é o único divisor comum desses números;

• Um número pode ser decomposto em um produto de fatores primos;

• A quantidade de divisores naturais de um número decomposto em números primos é calculada multiplicando-se os resultados obtidos da soma de 1 unidade a cada expoente de cada fator primo;

• Para calcular a quantidade de divisores ímpares, utiliza-se o processo anterior, somente com os fatores ímpares e para calcular a quantidade de divisores pares, utiliza-se o processo anterior com os fatores ímpares, e o resultado multiplica-se pelo expoente do fator primo par;

• Para determinar os divisores naturais de um número, é necessário fatorá-lo previamente;

• O MDC entre dois ou mais números pode ser calculado pelo método das divisões sucessivas ou pelo processo de fatoração;

• O MMC entre dois ou mais números pode ser calculado pelo método da fatoração simples ou pela fatoração simultânea.